Rappel : $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c}$

Lien avec les mathématiques :

Transformation de l'expression de la transmittance :

$$\underline{T} = \frac{\underline{V_S}}{\underline{V_E}} = \frac{\frac{\underline{V_E} \times \underline{Z_C}}{(\underline{Z_C} + \underline{Z_R})}}{\underline{V_E}} = \frac{\underline{V_E} \times \underline{Z_C}}{(\underline{Z_C} + \underline{Z_R})} \times \frac{1}{\underline{V_E}} = \frac{\underline{Z_C}}{(\underline{Z_C} + \underline{Z_R})}$$

Or $\underline{Z_C} = \frac{1}{jC\omega}$ et $\underline{Z_R} = R$ donc $\underline{T} = \dfrac{\frac{1}{jC\omega}}{(\frac{1}{jC\omega}+R)} = \dfrac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{1+jRC\omega}{jC\omega}} = \dfrac{1}{jC\omega} \times \dfrac{jC\omega}{1+jRC\omega} = \dfrac{1}{1+jRC\omega}$

Pour s'entraîner :

Simplifier les fractions suivantes :

$A = \dfrac{\frac{3}{10}}{\frac{1}{5}}$; $B = \dfrac{\frac{3}{10}}{5}$; $C = \dfrac{3}{\frac{1}{5}}$; $D = \dfrac{\frac{3}{10+5}}{\frac{1}{5}}$; $E = \dfrac{\frac{3}{10}}{\frac{1}{5}+7}$

Réponses :

$A = \frac{3}{2}$; $B = \frac{3}{50}$; $C = 15$; $D = 1$; $E = \frac{1}{24}$

Rappel : **Propriété des modules :** $\left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|}$, $z' \neq 0$

Pour s'entraîner :

$\underline{Z_1} = [2\sqrt{2}\ ; \frac{\pi}{4}]$ *et* $\underline{Z_2} = [2\ ; -\frac{\pi}{3}]$ *donner le module de :* $\frac{1}{\underline{Z_1}}$ *puis de :* $\frac{\underline{Z_1}}{\underline{Z_2}}$.

Réponses : $\left|\frac{1}{\underline{Z_1}}\right| = \frac{\sqrt{2}}{4}$ *et* $\left|\frac{\underline{Z_1}}{\underline{Z_2}}\right| = \sqrt{2}$

Rappel : **Propriété des arguments :** $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')\ [2\pi]$

Lien avec les mathématiques :

Module de la transmittance : $|\underline{T}| = \left|\frac{1}{1+jRC\omega}\right| = \frac{1}{|1+jRC\omega|} = \frac{1}{\sqrt{1^2+(RC\omega)^2}}$

Pulsation de coupure : $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ donc $RC = \frac{1}{\omega_0}$

Transmittance avec la pulsation de coupure : $\underline{T} = \frac{1}{1+jRC\omega} = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$

$$|\underline{T}| = \left|\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}\right| = \frac{1}{\left|1+j\frac{\omega}{\omega_0}\right|} = \frac{1}{\sqrt{1^2+(\frac{\omega}{\omega_0})^2}}$$

Pour s'entraîner :

$\underline{Z_1} = [2\sqrt{2}\,;\frac{\pi}{4}]$ ***et*** $\underline{Z_2} = [2\,;-\frac{\pi}{3}]$ *donner un argument de :* $\frac{1}{\underline{Z_1}}$ *puis de* $\frac{\underline{Z_1}}{\underline{Z_2}}$.

Réponses : $arg(\frac{1}{\underline{Z_1}}) = -\frac{\pi}{4}\quad [2\pi]$ ***et*** $arg(\frac{\underline{Z_1}}{\underline{Z_2}}) = \frac{7\pi}{12}\quad [2\pi]$

<u>Lien avec les mathématiques :</u>

<u>Argument de la transmittance :</u>

$$\arg(\underline{T}) = \arg\left(\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}\right) = -\arg(1+j\frac{\omega}{\omega_0})$$

$$\text{donc } \arg(\underline{T}) = -Arctan\left(\frac{a}{b}\right) = -Arctan\left(\frac{1}{\frac{\omega}{\omega_0}}\right) = -Arctan\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

<u>Application numérique :</u>

Si $\omega = 3000\pi$ rad/s , R=10kΩ et C=10nF alors $\omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{1}{10.10^3.10.10^{-9}} = 10^4$ rad/s .

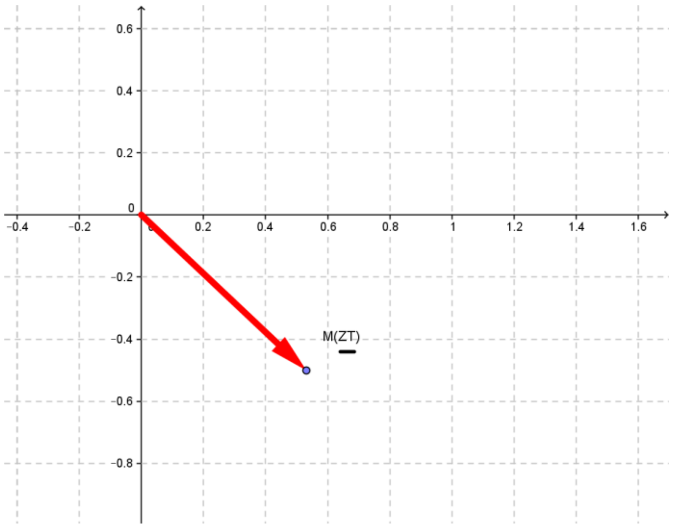
<u>Forme trigonométrique de la transmittance :</u>

$$|\underline{T}| = \frac{1}{\sqrt{1^2+\left(\frac{3000\pi}{10^4}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+0{,}09\pi^2}} \approx 0{,}73\ \Omega$$

$$\arg(\underline{T}) = -Arctan\left(\frac{3000\pi}{10^4}\right) = -Arctan(0{,}3\pi) \approx -43°$$

$\underline{T}$= $0{,}73(\cos(-43°) + j\sin(-43°))$

<u>Représentation graphique de la transmittance :</u>



<u>Réviser les opérations sur les formes trigonométriques avec une vidéo :</u>

https://www.youtube.com/watch?v=0riw0MVeOc4